



ВИЩА МАТЕМАТИКА. Частина 1. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ТА ЛІНІЙНА АЛГЕБРИ Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізитивна навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>13 Механічна інженерія</i>
Спеціальність	<i>132 Матеріалознавство</i>
Освітня програма	<i>Нанотехнології та комп'ютерний дизайн матеріалів</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна) (дистанційна/змішана)</i>
Рік підготовки, семестр	1 курс, осінній семестр <i>Вища математика. Частина 1. Диференціальне числення та лінійна алгебра,</i> 1 курс, весняний семестр <i>Вища математика. Частина 2. Інтегральне числення та диференціальні рівняння</i> 2 курс, осінній семестр <i>Вища математика. Частина 3. Теорія ймовірностей та математична статистика</i>
Обсяг дисципліни	18 кредитів/540 годин: Частина 1: 8 кредити/240 годин: лекції – 72 год; практичні заняття 72 год; СРС – 96 год; Частина 2: 6 кредитів/180 годин: лекції – 54 год; практичні заняття – 54 год; СРС – 72 год; Частина 3: 4,0 кредити/120 години: лекції – 36 год; практичні заняття – 36 год; СРС – 48 год
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Частина 1: Екзамен/РР, МКР Частина 2: Екзамен/РР, МКР Частина 3: Екзамен/РР, МКР
Розклад занять	<i>htth:roz.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Горбачук Володимир Мирославович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, доктор фіз.-мат. наук v.m.horbach@gmail.com Практичні / Семінарські: Співак Юлія Володимирівна, spivak_julia@ukr.net
Розміщення курсу	Campus

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Не зважаючи на те, що математика зародилась на світанку розвитку цивілізації і є фундаментальною наукою, що вивчає поняття, одержані шляхом абстракції явищ реального світу, вона постійно розвивається і оновлюється. Таким оновленням свого часу стало відкриття диференціального і інтегрального числення, що дало поштовх до формування нового розділу математики - вищої

математики, до якої увійшли теорія диференціальних рівнянь, теорія функцій, аналітична та диференціальна геометрія тощо. Сьогодні вища математика є ефективним інструментарієм досліджень у природничих і технічних науках, який забезпечує їх неперервний розвиток. У технічних університетах викладання дисципліни Вища математика є обов'язковим, так як спонукає студентів до розвитку їх інтелекту і здатності до логічного мислення, розв'язання складних спеціалізованих задач та практичних проблем професійної діяльності у новітніх технологіях та комп'ютерному дизайні матеріалів, уміння використовувати методи математичного аналізу та лінійної алгебри в інженерних розрахунках.

Предметом вивчення дисципліни Вища математика є методи та алгоритми розв'язування задач аналітичної геометрії та лінійної алгебри, застосування диференціального числення до розв'язування фізичних та інженерних задач а також розуміння та обґрунтування умов використання чисельних методів у прикладних задачах.

Метою дисципліни Вища математика є формування у студентів таких **програмних загальних компетентностей** як:

K3.01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

K3.02 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях

K3.03 Здатність вчитися та оволодівати сучасними знаннями

K3.05 Здатність приймати обґрунтовані рішення

K3.10 Здатність працювати автономно

KC.01 Здатність застосовувати відповідні кількісні математичні, фізичні і технічні методи і комп'ютерне програмне забезпечення для вирішення інженерних матеріалознавчих завдань

В результаті навчання студент повинен вміти розв'язувати системи лінійних рівнянь, оперувати з матрицями та їх застосуваннями, володіти знаннями про криві та поверхні першого та другого порядку, вміти використовувати методи диференціального числення для розв'язування різного типу задач а також вміти обчислювати невизначені інтеграли різних типів та загалом демонструвати такі **програмні результати навчання:**

ПРН 2 Знати та вміти використовувати знання фундаментальних наук, що лежать в основі відповідної спеціалізації матеріалознавства, на рівні, необхідному для досягнення інших результатів освітньої програми.

ПРН 7 Володіти навичками, які дозволяють продовжувати вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ПРН 18 Виявляти, формулювати і вирішувати матеріалознавчі завдання відповідно до спеціальності; розуміти важливість не технічних (суспільство, здоров'я і безпека, охорона навколишнього середовища, економіка, промисловість) обмежень.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна «Вища математика» викладається на базі повної середньої або середньої професійної освіти. Основою для вивчення нормативних дисциплін циклу загальної і професійної підготовки. Знання отримані під час вивчення дисципліни можуть бути використані для розрахунків у курсових та дипломних роботах та проектах. Дисципліна є складовою формування інтегральної компетентності першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Лінійна алгебра.

Тема 1.1. Матриці. Визначники.

Тема 1.2. Системи лінійних рівнянь.

Розділ 2. Векторна алгебра.

Тема 2.1. Вектори. Лінійні операції над векторами.

Тема 2.2. Вектори. Координати векторів. Лінійна залежність.

Розділ 3. Аналітична геометрія.

Тема 3.1. Лінії першого порядку.

Тема 3.2. Лінії другого порядку.

Тема 3.3. Поверхні 2-го порядку.

Розділ 4. Вступ до математичного аналізу.

Тема 4.1. Границя числової послідовності.

Тема 4.2. Границі функції.

Розділ 5. Диференціальне числення функцій однієї змінної.

Тема 5.1. Похідна.

Тема 5.2. Диференціювання функцій однієї змінної.

Тема 5.3. Диференціал.

Тема 5.4. Похідні та диференціали вищих порядків.

Тема 5.5. Застосування диференціального числення для дослідження функції.

Розділ 6. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

Тема 6.1. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

Тема 6.2. Дослідження функцій багатьох змінних на екстремум.

Розділ 7. Комплексні числа.

Розділ 8. Невизначений інтеграл.

Тема 8.1. Невизначений інтеграл.

Тема 8.2. Методи інтегрування

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – Київ : А.С.К., 2005. – 648 с.
2. Грималюк В.П. Вища математика: навч. посіб.: у 2 ч. / В. П. Грималюк, М. М. Кухарчук, В. В. Ясінський. – Київ : Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
3. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д. В. Клетеник. – Москва : Наука, 1980. – 240 с.
4. Методические указания к типовому расчету №1 “Введение в математический анализ и дифференциальное исчисление функции одной переменной” / сост. Гадионенко А. Я., Красношарпа Н. Г., Владимирова А. И. [и др.]. – Киев : КПИ, 1988. – 76с.
5. Расчетно-графическая работа “Линейная алгебра и аналитическая геометрия” / сост. Ганага В.Г., Коваль О.А., Николаева Р.В., Чередниченко В.И. – Киев : КПИ, 1984. – 28 с.
6. Методические указания к типовому расчету “Интегральное исчисление функции одной переменной” / сост.: Лиховид П.И., Мартыненко В.С., Грималюк В.Ф. [и др.]. – Киев : КПИ, 1987. – 50 с.

Додаткова література

1. Ковальчук Б. В. Математичний аналіз : 2 ч. / Б.В.Ковальчук, Й.Г. Шіпка.– Львів : Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2002. – Ч. 1. – 270 с.
2. Шкіль М. І. Вища математика: Елементи аналітичної геометрії. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної / Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. – Київ, 1984.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Лекції (72 години)

Лекція 1. Матриці. Операції над матрицями. Елементарна алгебра матриць: рівність матриць, добуток матриці на число, додавання матриць одного розміру, добуток двох матриць, операція транспонування. Властивості добутку матриць.

Лекція 2. Визначники. Ранг матриці. Визначники. Методи знаходження визначника: розклад визначника по елементам рядка або стовпчика; правило “дописування стовпчиків”; правило трикутників. Властивості визначників. Ранг матриці. Обернена матриця.

Лекція 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Крамера. Матричний спосіб.

Лекція 4. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гауса розв’язування систем лінійних рівнянь. Однорідні системи алгебраїчних рівнянь.

Лекція 5. Вектори. Лінійні операції над векторами. Вектори. Лінійні операції над векторами. Базис та координати векторів. Скалярний добуток двох векторів. Властивості скалярного добутку. Вираз скалярного добутку через координати. Кут між векторами.

Лекція 6. Вектори. Координати векторів. Лінійна залежність та незалежність векторів. Векторний добуток двох векторів. Властивості векторного добутку. Мішаний добуток трьох векторів. Властивості мішаного добутку. Координати векторів. Лінійна залежність та незалежність векторів. Власні числа і власні вектори.

Лекція 7. Пряма на площині.

Різні види рівнянь прямої на площині. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Відстань від точки до прямої.

Лекція 8. Площина в просторі.

Загальне рівняння площини та його дослідження. Рівняння площини, що проходить через три точки. Рівняння площини у відрізках на осях. Кут між двома площинами. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин. Відстань від точки до площини.

Лекція 9. Пряма лінія в просторі.

Різні види рівнянь прямої в просторі. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Кут між прямою і площиною. Умови паралельності і перпендикулярності прямої і площини.

Лекція 10. Лінії другого порядку. Поняття лінії другого порядку. Коло. Еліпс. Гіпербола. Парабола.

Лекція 11. Поверхні простору. Циліндричні, конічні поверхні. Поверхні оберту. Мішані задачі аналітичної геометрії.

Лекція 12. Границя числової послідовності. Означення числової послідовності. Границя послідовності. Обмежені і необмежені послідовності. Збіжні послідовності та їх властивості. Деякі типи невизначеностей.

Лекція 13. Границя функції. Границя функції, властивості. Зв’язок нескінченно великих і нескінченно малих функцій. Основні невизначеності.

Лекція 14. Перша визначна границя. Друга визначна границя.

Лекція 15. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентні нескінченно малі функції.

Лекція 16. Неперервність функції. Властивості неперервних функцій. Класифікація точок розриву.

Лекція 17. Похідна функції. Похідна. Таблиця похідних. Односторонні похідні. Дотична і нормаль до кривої.

Лекція 18. Диференціювання функцій. Правила диференціювання суми, різниці, добутку та частки. Похідна сталої, добутку сталої на функцію, степеневі, тригонометричних, показникової і логарифмічної функцій. Похідна складеної функції. Похідна функції, заданої параметрично. Похідна неявної функції.

Лекція 19. Диференціал функції. Означення, геометричний та механічний зміст диференціала. Властивості диференціала. Застосування диференціала в наближених обчисленнях.

Лекція 20. Застосування диференціального числення для дослідження функції. Монотонність функції. Екстремум функції. Точки перегину. Асимптоти графіка функції.

Лекція 21. Похідні та диференціали вищих порядків. Механічний зміст другої похідної. Теореми Ферма, Ролля, Коші, Лагранжа.

Лекція 22. Дослідження функції на екстремум. Формула Тейлора.

Лекція 23. Правило Лопітала. Розкриття різних типів невизначеностей за правилом Лопітала.

Лекція 24. Функції декількох змінних (ФДЗ). Означення, основні поняття. Границя ФДЗ. Побудова області визначення функції двох змінних. Частинні похідні, диференціали.

Лекція 25. Повний диференціал. Повний диференціал функції двох змінних та його застосування до наближених обчислень. Диференціали вищих порядків.

Лекція 26. Інваріантність форми повного диференціала. Похідна складної функції. Похідна неявно заданої ФДЗ. Рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні.

Лекція 27. Екстремуми функції двох змінних. Необхідні і достатні умови існування екстремальних значень функції двох змінних. Поняття умовного екстремуму. Найменше та найбільше значення функції двох змінних в замкнутій області.

Лекція 28. Комплексні числа. Означення, основні поняття. Дії над комплексними числами. Різні форми комплексного числа. Степені уявної одиниці.

Лекція 29. Невизначений інтеграл. Поняття первісної функції. Означення та властивості невизначеного інтеграла. Основні формули інтегрування. Методи зведення інтегралів до табличних.

Лекція 30. Методи інтегрування. Заміна змінної. Підведення під знак диференціала. Інтегрування часинами.

Лекція 31. Інтегрування виразів, які залежать від квадратного тричлена. Інтегрування виразів, які залежать від квадратного тричлена.

Лекція 32. Інтегрування раціональних функцій. Розклад дробово-раціональної функції на суму найпростіших раціональних функцій.

Лекція 33. Інтегрування виразів, які містять тригонометричні функції. Використання основних тригонометричних формул. Універсальна підстановка. Заміна змінної.

Лекція 34. Інтегрування ірраціональних функцій. Тригонометричні підстановки в інтегралах від ірраціональних функцій.

Лекція 35. Інтеграл від диференціального бінома. Підстановки при інтегруванні диференціального бінома.

Лекція 36. Підстановки Ейлера. Типи інтегралів, де зручно використати підстановку Ейлера. Інтеграл, які не виражаються в елементарних функціях.

5.2 Практичні заняття (72 години)

Заняття 1. Дії над матрицями.

Заняття 2. Визначники матриць різної розмірності, їх обчислення.

Заняття 3. Знаходження оберненої матриці, розв'язання матричних рівнянь.

Заняття 4. Розв'язання систем лінійних рівнянь різними методами.

Заняття 5. Вектори, операції над векторами.

Заняття 6. Скалярний добуток векторів та застосування його.

Заняття 7. Векторний та мішаний добуток векторів та їх застосування.

Заняття 8. Пряма на площині різні форми рівняння прямої.

Заняття 9. Площина, різні типи задач на рівняння площини.

Заняття 10. Рівняння прямої у просторі та задачі на пряму та площину у просторі.

Заняття 11. Коло, еліпс, задачі пов'язані з їх рівнянням.

- Заняття 12. Гіпербола та парабола, задачі на ці рівняння.
- Заняття 13. Полярна система координат та рівняння кривих в полярній системі координат.
- Заняття 14. Поверхні 2-го порядку задачі, експрес контрольна 1.
- Заняття 15. Границя послідовності, різні типи задач на цю границю.
- Заняття 16. Границя функції. Різні випадки невизначеностей.
- Заняття 17. Задачі на першу та другу визначну границю.
- Заняття 18. Неперервність функції, дослідження на неперервність функцій.
- Заняття 19. Порівняння нескінченно малих та великих величин.
- Заняття 20. Розриви функцій, дослідження на типи розривів.
- Заняття 21. Диференціювання функцій.
- Заняття 22. Диференціювання функцій заданих параметрично та неявно.
- Заняття 23. Знаходження диференціалу функцій та його застосування.
- Заняття 24. Похідні вищого порядку, знаходження.
- Заняття 25. Застосування правила Лопіталя.
- Заняття 26. Застосування диференціального числення для дослідження функцій.
- Заняття 27. Функції декількох змінних, знаходження області визначення та границь.
- Заняття 28. Диференціальне числення функції багатьох змінних, знаходження частинних похідних.
- Заняття 29. Дослідження на екстремум функцій двох змінних, експрес контроль 2 .
- Заняття 30. Комплексні числа, операції над комплексними числами.
- Заняття 31. Невизначений інтеграл, знаходження методом піднесення під знак диференціалу.
- Заняття 32. Заміна змінних та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.
- Заняття 33. Інтегрування дробово-раціональних функцій.
- Заняття 34. Інтегрування тригонометричних виразів.
- Заняття 35. Інтегрування іраціональних виразів.
- Заняття 36. **Модульна контрольна робота.**

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів (загальна тривалість 96 годин) полягає у:

Самостійному опрацюванні лекційного матеріалу (в розрахунку 0,5 година на 1 годину лекційних занять) – всього 36 годин

Підготовці до практичних робіт – всього 21 годин

Підготовці до МКР - всього 3 годин

Виконанні розрахункової роботи – всього 6 годин

Підготовці до семестрового контролю – екзамену – 30 годин.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності. У звичайному режимі роботи лекції та практичні заняття проводяться в аудиторіях. У змішаному/дистанційному режимі лекції та практичні заняття проводяться через платформи дистанційного навчання Сікорський, Meet, Zoomтощо.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР, виконання РР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен

Рейтингова система оцінювання

1. Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що отримуються за 2 експрес-контролі, 1 модульну контрольну роботу, розрахункову роботу та роботу на практичних заняттях. Семестровим контролем є екзамен.

Поточний та підсумковий (**стартовий**) індивідуальний рейтинги студента (R_c) визначаються на основі 50-бальної шкали оцінювання за формулою

$$R_c = R_{пр} + R_{ккр} + R_{мкр} + R_{пгр}$$

2. Критерій нарахування балів

2.1. Робота на практичних заняттях

- активна творча робота – 0,5 бали;
- плідна робота – 0,3 бал;
- пасивна робота – 0 балів.

2.2. Виконання розрахункової роботи

- творче виконання робіт – 25 балів;
- роботу виконана з незначними недоліками – 20 балів;
- роботу виконано з певними помилками – 15 балів;
- роботу не зараховано (завдання не виконане або є грубі помилки) – 0 балів.

2.3. Експрес контроль по 1 балу;

2.4. Модульна контрольна робота 5 балів.

3. Умови позитивної першого календарного контролю є розв'язання не менше 50 % експрес контролю. Умовою позитивного другого календарного контролю є розв'язання не менше 50% експрес контролю.

4. Умовою допуску до екзамену є семестровий рейтинг не менше 60 %.

5. Екзаменаційний білет складається з 3 теоретичних та 6 практичних завдань, на підготовку відводиться 2 години, екзамен проводиться у змішаній формі.

- «відмінно», повна відповідь, не менше 90% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», (повне, безпомилкове розв'язування завдання);
- «добре», достатньо повна відповідь, не менше 75% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь» або є незначні неточності (повне розв'язування завдання з незначними неточностями);
- «задовільно», неповна відповідь, не менше 50% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до «стереотипного» рівня та деякі помилки (завдання виконане з певними недоліками);
- «незадовільно», відповідь не відповідає умовам до «задовільно» – 0 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- Питання, що виносяться на модульну контрольну роботу (або на тематичні контрольні роботи) наведено у Додатку А;
- Приклад завдання для розрахункової роботи наведено у Додатку Б;
- Питання, що виносяться на екзамен і приклад екзаменаційного білету наведено у Додатку В.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доктором фіз.-мат. наук, професором, Горбачуком Володимиром Мирославовичем

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь (протокол № 9 від 26 червня 2024 р.)

кафедрою високотемпературних матеріалів та порошкової металургії (протокол № 17 від 22 червня 2024 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ІМЗ ім. Є. О. Патона (протокол № 12/24 від 28 червня 2024 р.).

На модульну контрольну виносяться завдання з таких тем :

Тема 1.1. Матриці. Визначники.

Тема 1.2. Системи лінійних рівнянь.

Тема 3.1. Криві першого порядку.

Тема 3.2. Криві другого порядку.

Тема 4.2. Границі функції.

Тема 5.2. Диференціювання функцій однієї змінної.

Тема 6.1. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

Приклад завдання для розрахункової роботи

1. Обчислити визначник :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Розв'язати систему рівнянь :

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 3 \\ 8x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 7 \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 7 \end{cases}$$

3. Розв'язати матричне рівняння :

$$A \cdot X = B$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Побудувати графік функції :

$$\rho = 2 + \sin 2\varphi$$

5. Знайти границю :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}$$

6. Знайти границю :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$$

7. Знайти границю :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2}{2n^2 + 1} \right)^{n^2}$$

8. Знайти границю :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$$

9. Знайти границю :

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$$

10. Знайти границю :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x} - \sqrt{x(x+1)})$$

11. Знайти границю :

$$\lim_{x \rightarrow 0} (7^{2x} - 2^{3x}) / (\operatorname{tg} x + x^2)$$

12. Знайти границю :

$$\lim_{x \rightarrow 0} ((1 - x^2)^{2x} - 1) / \sin^2 2x$$

13. Знайти границю :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 + \sin x) / \sin 4x$$

14. Знайти границю :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/2x}$$

15. Знайти границю :

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{arctg} x / x)^{1/x^2}$$

16. Дослідити на неперервність функцію :

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

17. Обчислити похідні функцій :

1) $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \ln \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right)$ при $x = 0$

2) $y = 2^{\ln x}$

3) $y = (\ln x)^{\frac{1}{x}}$

4) $y = x \cdot \operatorname{tg} y$

5) $x = e^{2t}, y = \cos t$ знайти $\frac{d^2 y}{dx^2}$

6) $y = \ln(\ln(1 + x^2))$

18. Обчислити інтеграли :

1) $\int \frac{\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + \sqrt[5]{x}}{x^2} dx ;$

2) $\int \frac{2 \cos x}{1 + \cos x} dx ;$

3) $\int 2^{\ln x} \frac{dx}{x} ;$

4) $\int \frac{x+1}{x^2+4} dx ;$

5) $\int \frac{dx}{x^2+4x+5} ;$

6) $\int \frac{x dx}{\sin^2 x} ;$

7) $\int (x^2 + 1)e^{-2x} dx ;$

8) $\int \frac{5x^3 + 9x^2 - 22x - 8}{x^3 - 4x} dx ;$

- 9) $\int \frac{2x+1}{x^4-3x^3+3x^2-x} dx$;
- 10) $\int \frac{3x^2-4x-3}{x^3-5x^2+x-5} dx$;
- 11) $\int \frac{2x^3+x+2}{(x^2+1)^2} dx$;
- 12) $\int \cos x \cdot \cos 9x dx$;
- 13) $\int \frac{dx}{3+\cos x}$;
- 14) $\int \frac{dx}{1+3\sin^2 x}$;
- 15) $\int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^6 x}$;
- 16) $\int \frac{dx}{1+\operatorname{th} x}$;
- 17) $\int \frac{dx}{(\sqrt{x+4}-\sqrt[3]{x+4})^6 \sqrt{(x+4)^5}}$;
- 18) $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$;
- 19) $\int \frac{dx}{(x^2-3)\sqrt{4-x^2}}$;
- 20) $\int \sqrt{x^2+2x+10} dx$;
- 21) $\int \frac{11x^4-196x^2}{\sqrt{x^2+6x+5}} dx$.

Питання, що виносяться на семестровий контроль

1. Множини, операції над множинами, приклади.
2. Формула бінома (метод математичної індукції).
3. Границя послідовності означення, приклади, єдиність.
4. Основні властивості границі послідовності (суми, різниці, добутку, частки).
5. Теореми про обмеженість збіжної послідовності, про перехід до границі в нерівності.
6. Теорема про три послідовності.
7. Теорема про існування границі монотонної обмеженої послідовності.
8. Число e як границя послідовності.
9. Верхня та нижня границя послідовності означення теорема про їх характеристизацію.
10. Фундаментальність послідовності, довести фундаментальність збіжної послідовності, критерій Коші.
11. Означення границі функції в точці по Коші та по Гейне.
12. Односторонні границі функції, елементарні властивості цих границь.
13. Нескінчено малі та великі величини їх зв'язок, порівняння нескінчено малих та великих величин.
14. Границя функції $\frac{\sin x}{x}$ коли $x \rightarrow 0$.
15. Неперервність функції в точці, неперервність суми, різниці, добутку та частки двох функцій.
16. Перша теорема Вейерштрасса.
17. Друга теорема Вейерштрасса.
18. Рівномірна неперервність на замкнутому інтервалі, теорема Кантора.
19. Розриви функції, приклади.
20. Матриці, операції над матрицями.
21. Визначник означення та обчислення, властивості визначника.
22. Знаходження оберненої матриці через алгебраїчні доповнення та з допомогою елементарних перетворень.
23. Метод Гауса розв'язування системи лінійних рівнянь.
24. Матричний метод розв'язування системи лінійних рівнянь.
25. Метод Крамера розв'язування системи лінійних рівнянь.
26. Евклідовий n -мірний простір, операції над векторами, скалярний добуток.
27. Поняття лінійної залежності та незалежності векторів, базис.
28. Лінійний оператор, властивості лінійних операторів, представлення лінійного оператора в n -мірному просторі.
29. Матриця переходу від одного базису до іншого, запис матриці оператора в новому базисі.
30. Рядковий та стовпчиковий ранг матриці, ранг матриці.
31. Розв'язність системи лінійних однорідних рівнянь, представлення загального розв'язку.
32. Теорема Кронекера-Капеллі, представлення загального розв'язку.

33. Власні значення та власні вектори лінійного оператора їх знаходження.
34. Квадратичні та білінійні форми приведення їх до канонічного вигляду.
35. Скалярний та векторний добуток векторів їх застосування.
36. Змішаний добуток векторів та його застосування.
37. Загальне рівняння прямої на площині вивід зміст коефіцієнтів.
38. Рівняння прямої у відрізках на осях та з кутовим коефіцієнтом знаходження кута між прямими, умова перпендикулярності.
39. Нормальне рівняння прямої знаходження відстані від точки до прямої.
40. Загальне рівняння площини вивід його, зміст коефіцієнтів.
41. Рівняння площини що проходить через три точки, через точку та два вектора.
42. Рівняння площини в відрізках на осях, та нормальне рівняння площини.
43. Рівняння прямої у просторі як перетин площин, канонічне рівняння прямої.
44. Взаємне розміщення прямої та площини у просторі.
45. Криві другого порядку вивід рівняння еліпса, основні параметри еліпса.
46. Гіпербола вивід канонічного рівняння, основні параметри.
47. Парабола вивід канонічного рівняння, параметри.
48. Приведення до канонічного вигляду рівняння кривої другого порядку.
49. Поверхні другого порядку основні типи поверхонь.
50. Похідна функції в точці означення основні властивості.
51. Геометричний та механічний зміст похідної.
52. Рівняння дотичної та нормалі, піддотична та піднормаль.
53. Похідна складної функції, похідна функції заданої неявно.
54. Логарифмічне диференціювання, похідна функції заданої параметрично.
55. Диференціал, його геометричний зміст, застосування до наближених обчислень.
56. Похідні вищого порядку функцій заданих явно неявно та параметрично.
57. Формула Лейбніца.
58. Диференціал вищого порядку.
59. Теорема Ферма, Ролля та Лагранжа.
60. Теорема Коші.
61. Необхідна та достатня умова монотонності функції.
62. Формула Тейлора для многочлена, формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано.
63. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа.
64. Перша теорема Лопіталя, наслідок з неї.
65. Друга теорема Лопіталя та наслідок з неї.
66. Дослідження функції на випуклість.
67. Локальний екстремум дослідження.
68. Знаходження точок екстремуму, достатні умови екстремуму.
69. Точки перегину, дослідження на екстремум за допомогою старших похідних.
70. Асимптоти функції, знаходження асимптот.
71. Функції багатьох змінних, знаходження похідної по напрямку, градієнт.
72. Частинні похідні високого порядку, умови співпадіння змішаних похідних.
73. Необхідні умови локального екстремуму, геометричний зміст диференціалу.
74. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.
75. Достатні умови екстремуму для функції двох змінних.

76. Умовний екстремум функція Лагранжа.
77. Знаходження максимального та мінімального значення в області.
78. Первісна функції означення основні властивості.
79. Формула інтегрування за частинами в невизначеному інтегралі.
80. Заміна змінних в невизначеному інтегралі
81. Комплексні числа, операції над комплексними числами, алгебраїчна та тригонометрична форма комплексного числа.
82. Формули Ейлера, геометрична інтерпретація комплексного числа
Перехід від алгебраїчної до тригонометричної форми і навпаки.
83. Корінь-го степеня з комплексного числа.
84. Теорема Безу, наслідок з неї.
85. Кратні корені, розклад полінома на незвідні над полем комплексних чисел.
86. Розклад полінома з дійсними коефіцієнтами над полем комплексних чисел.
87. Обчислення інтеграла $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$
88. Інтегрування елементарних дробів 1, 2 та 3 типів.
89. Інтегрування елементарного дробу 4-го типу, рекурентна формула.
90. Загальна формула інтегрування дробово-раціональної функції.
91. Метод Остроградського інтегрування дробово-раціональної функції.
92. Обчислення інтеграла $\int R(x, m_1 \sqrt{\frac{ax+b}{a_1x+b_1}}, m_2 \sqrt{\frac{ax+b}{a_1x+b_1}}, \dots) dx$
93. Інтегрування диференціального обіному 1 та 2 -й випадок
94. Інтегрування диференціального обіному 3 -й випадок.
95. Обчислення інтеграла $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$
96. Обчислення інтеграла $\int R(\sin x, \cos x) dx$
97. Обчислення інтеграла $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$
98. Обчислення інтеграла $\int \sin^n x \cos^m x dx$

Приклад екзаменаційного білету

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр
Напрямок підготовки Матеріалознавство
Спеціальність 132 Матеріалознавство семестр 1
Кредитний модуль Вища математика. частина 1. Диференціальне числення та лінійна алгебра

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 1

1. Границя функції $\frac{\sin x}{x}$, коли $x \rightarrow 0$ (з доведенням).
2. Рівняння площини у відрізках на осях, нормальне рівняння площини.
3. Загальна формула інтегрування дробово-раціональної функції.
4. Задачі.

1. Знайти :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}$$

2. Перевірити на лінійну залежність, незалежність вектори :

$$\vec{e}_1(1;1;1), \vec{e}_2(1;2;1), \vec{e}_3(1;1;2), \vec{e}_4(1;3;2;3)$$

3. Написати формулу Тейлора 4-го порядку, при $x_0 = 4$ $y = \sqrt{x}$

4. Знайти обернену матрицю до

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. $u = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$ Довести, що $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

6. Обчислити $\int \frac{\sin^4 x \, dx}{\cos^6 x}$.